

**Matematica per l'Economia e l'Impresa - Corso
Avanzato - 10 Luglio 2019**

Esercizio 1 (8 punti). Consideriamo l'applicazione lineare da \mathbb{R}^4 a \mathbb{R}^4 tale che:

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (-2x_1, x_1 + 3x_2, 4x_1 - 2x_3, 3x_4).$$

1. Trovare delle basi per i sottospazi vettoriali $Ker(F)$ e $Im(F)$.
2. Detta $A = M(F)$, determinare la sua inversa A^{-1} .
3. Determinare autovalori ed autovettori della matrice A^2 e stabilire se è diagonalizzabile.

* * *

Esercizio 2 (4 punti). Data la matrice quadrata $B \in M_N(\mathbb{R})$ e il suo autovettore \mathbf{v} relativo all'autovalore λ , dimostrare che $\mathbf{v} \in Ker(B + I_N)$ se e solo se $\lambda = -1$.

* * *

Esercizio 3 (10 punti). Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{1 - y(x)}{x} \\ y(2) = 3 \end{cases}.$$

Chiamata $y^*(x)$ la soluzione del problema, determinare il suo dominio.

* * *

Esercizio 4 (8 punti). Data la seguente funzione a 2 variabili:

$$F(x, y) = \sqrt{4x^2 + 2y^2 + 10},$$

trovarne massimi e minimi vincolati alla curva $x^2 - y^2 = 4$.